La heurística como organizadora del trabajo en una comunidad de aprendizaje: Una herramienta de negociación de la empresa en un proceso de resolución de problemas

Edna Paola Fresneda P., phaoepfp022@gmail.com
Fanny Aseneth Gutiérrez R., AsenethGR@gmail.com
Oscar Leonardo Pantano Mogollón.m pantaleonel@gmail.com
LEBEM
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

1. Presentación del Problema

La resolución de problemas es concebida como una forma de pensar que les permite a los estudiantes desarrollar habilidades creando y utilizando diversas estrategias (Santos, 2007). Lo que no sería posible si éstos no generan cuestionamientos sobre la resolución misma y los elementos inmersos en dicho proceso. Allí aparecen elementos constitutivos de las matemáticas, los cuales el estudiante enfrenta llevando a cabo acciones que le permiten dotarlos de sentido. Dichas acciones están establecidas social y culturalmente.

En este sentido, la interacción constante de un grupo de estudiantes se da entorno a una empresa, la cual tiene como objetivo resolver un problema de matemáticas. Así, para conseguir dicho objetivo se evidencian procesos de diálogo, colaboración, participación y negociación, lo que Wenger (2001) denomina comunidad de práctica considerándola como un proceso social de aprendizaje.

En consecuencia, en el proceso de resolución de problemas "las heurísticas son los modos de comportamiento y los medios que se utilizan al resolver problemas" (Puig, 1996, p.38). Este autor clasifica las heurísticas en tres grupos: herramientas heurísticas, destrezas heurísticas y sugerencias heurísticas.

Ahora bien, teniendo en cuenta los elementos teóricos mencionados la pregunta que da sentido al documento es: ¿Cómo influyen las heurísticas en la negociación de la empresa en un proceso de resolución de problemas llevado a cabo por una comunidad de práctica de estudiantes para profesor de matemáticas?

2. Marco de Referencia Conceptual

La comunidad de práctica se basa en la interacción, la cual da lugar a un proceso de negociación de significados, los cuales no son construidos desde cero. De acuerdo a Wenger (2001) aunque el significado no es previamente establecido tampoco es inventado. A su vez, dicha negociación esta compuesta por dos elementos esenciales: la participación y la cosificación.

La participación se refiere a una interacción en comunidades sociales, entendida tanto individual como colectiva. Se da por la experiencia con los objetos que se encuentran en la cultura. Este proceso implica y combina tareas como hablar, hacer, pensar, sentir y pertenecer, entre otras.

Por su parte, la cosificación da forma a la experiencia, plasmando el objeto de aprendizaje en una cosa, lo que permite comprenderlo mejor y cambia la relación con éste. Lo cual contribuye a que este objeto se dote de significado. Esto requiere la realización de acciones propias tales como: representar, reestructurar, diseñar, utilizar, etc. Así la cosificación hace referencia tanto al proceso como al producto de dicho proceso (Wenger, 2001).

La interacción entre estos dos elementos permite dentro de una comunidad establecida promover la negociación de significados. A través de lo anterior se ve reflejada la idea de aprendizaje expuesta por Radford (2006), en la cual el aprendizaje es la actividad que relaciona al sujeto con el mundo, donde se encuentran tanto los objetos culturales como otros sujetos.

Esta relación se ve materializada inicialmente por los artefactos vistos como objetos, instrumentos, sistemas de signos, etc., que constituyen elementos esenciales del pensamiento y que le permiten al sujeto reflexionar sobre construcciones históricas y culturales (Radford, 2006). Allí los objetos matemáticos son vistos como patrones establecidos en la cultura, tal que la actividad del sujeto se ve orientada y moldeada por los artefactos que el contexto en el cual se desenvuelve le brinda.

Además, esta relación hace referencia a una dimensión social como un ambiente que permite la adaptación que requiere el estudiante para su desarrollo intelectual y que contribuye a que haya una negociación de significados.

Por otro lado, la resolución de problemas es vista como un medio para desarrollar un pensamiento reflexivo, lo que dota de importancia a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es allí donde se busca que el individuo elabore sus propios conocimientos y reflexione sobre éstos en el contexto sociocultural en el que se desenvuelve su actividad. Lo que Radford (2006) denomina aprender a ser en matemáticas.

En este proceso las heurísticas son aquellos recursos cognitivos y estrategias que usa el resolutor y que le permiten investigar y descubrir rutas y formas de actuación en la resolución de problemas. Puig (1996) clasifica las heurísticas en tres grupos: herramientas, destrezas y sugerencias heurísticas. Aunque son de naturaleza distinta, en el proceso de resolución de problemas éstas pueden combinarse.

De este modo, las herramientas heurísticas son aquellas que transforman el problema original en otro semejante, no lo resuelven, ni tampoco garantizan su solución. Básicamente se pueden considerar como elementos de transformación independientes del contenido del problema. Los estudiantes desarrollan habilidades al preguntarse por la utilidad, el propósito y las relaciones entre el problema original y el transformado.

Por su parte, las destrezas heurísticas además de ser formas adecuadas de trabajo, sirven para descubrir y representar al resolver un problema. Su potencial heurístico se fundamenta en la acción de evidenciar relaciones, diferencias, semejanzas, entre otras y además en posibilitar el cambio de registro para comprender mejor el contenido del problema.

Por otro lado, las sugerencias heurísticas señalan una dirección de trabajo que permite avanzar en el proceso, sin hacer referencia a un procedimiento concreto para ello. Una de sus funciones se basa en desencadenar el uso de herramientas heurísticas y la búsqueda de conocimientos previos teniendo en cuenta rasgos del problema.

3. Metodología

La metodología de trabajo se basó en la recolección de la información mediante instrumentos tales como: videograbaciones de clase, sus respectivas transcripciones, las observaciones no participantes y los cuadernos del resolutor. Estos últimos se sustentan en la propuesta de Mason, Burton y Stacey (1989).

A partir de los datos recolectados se realizó el análisis que se presenta en este documento. Éste se llevo a cabo teniendo en cuenta la propuesta de análisis de Gavilán, García y Llinares (2007), que se apoya en la elaboración de viñetas. Éstas son informes que vinculan información de diferentes fuentes. Allí se integran inferencias e interpretaciones del investigador que se asocian a la evidencia de la práctica y que se constituyen en nuevos datos que son analizados con base en la construcción teórica realizada.

Para efectos del análisis, se identifica a los estudiantes sobre los cuales se llevo a cabo el estudio con los siguientes nombres: Katherine, Ángela, Cindy, Loly y Jonathan.a su vez, la situación que enmarca el trabajo y que fue propuesta por el profesor es: *Sea A el conjunto de los números en el intervalo [0,1] cuya expansión decimal es de sólo 0, 5 y 9.*

4. Análisis de Datos

La heurística como organizadora del trabajo (herramienta de negociación de la empresa)

En la segunda sesión que tuvo lugar el 11 de agosto de 2009, los estudiantes a partir de la lectura de la situación, buscan establecer cómo se comportan los números que pertenecen al conjunto. De esta forma, ejemplifican tratando de encontrar reglas o patrones generales.

{1} Katherine: Números cuya expansión es de sólo 0, 5 o 9 [Leyendo la situación].

{2} Ángela: O sea, es eso lo que uno dice, que tiene cero, cinco, o nueve […] ¿Pero luego no decía, sólo ceros, sólo cincos, o sólo nueves?

{3} Katherine: Pero tú misma dijiste que pueden estar los tres.

{4} Ángela: No, sería 0,05 o 0,059, ¿pero seguidos? ¿Podría ser?

{5} Katherine: Toca es tener en cuenta la combinación de los tres números para la expansión decimal.

{6} Ángela: Es que eso depende de cómo uno los coloque, porque uno puede decir digamos 0,05090 no sé qué, y ahí vuelve y se repite.

{7} Katherine: Por eso estoy diciendo lo de la combinación.

{8} Cindy: Pero ¿ahí está diciendo que tiene que ser un número periódico? […] Que tal que sea un 0,3, un 0,5, un 0,9.

{9} Ángela: Es decir, el cuento sería si es periódico o no, que es lo que dice Cindy.

{10} Loly: Yo creo, que toca delimitar, porque van a salir millones de millones de números.

{11} Cindy: Si, porque la expansión decimal puede dar un número decimal después de infinitos.

{12} Loly: Que no sean repetidos […] Digamos ¿cuántos números distintos hay en ese conjunto? Pero que no se repitan, o sea que no haya un 55 sino un 59, ¿me hago entender? [Escribe en su cuaderno]

Transcripción 1. Exploración inicial

En las primeras líneas de la trascripción 1 (ln. 1-4) es posible identificar que los estudiantes a partir de la lectura de la situación, buscan comprender la expansión decimal de los números pertenecientes al conjunto dado. En este momento, se evidencia confusión sobre la implicación de la palabra "sólo" en la definición de los elementos que pertenecen al conjunto (ln. 1-2). De esta forma, el grupo considera dos posibles interpretaciones, como se ve en las líneas 2 y 5. La primera de ellas es que en la expansión decimal de un elemento del conjunto solamente aparezca uno de los tres números dados. La segunda es que dicha expansión decimal esté compuesta a la vez por 0, 5 y 9.

El grupo toma algunos ejemplos (ln. 4), que los llevan a considerar la combinación como un procedimiento sistemático para entender cómo se comportan los números del conjunto. En consecuencia, el grupo se cuestiona acerca de que la expansión decimal sea o no periódica. En caso de ser periódica, el grupo asume que el conjunto se vuelve infinito. De acuerdo a esta implicación, se plantea una condición que permita restringir la cantidad de elementos, asociada a la acción de no repetir los números en la expansión decimal.

El grupo de estudiantes se vale continuamente de casos específicos para aclarar y dar validez a los planteamientos relativos a la expansión decimal y a no repetir números en ésta (ln. 4 y 8). De esta manera, el grupo empieza a configurar su empresa, la cual se enfoca hacía la cantidad de elementos del conjunto (ln. 12), asumiendo el hecho de que los números que conforman la expansión decimal no pueden repetirse.

En la misma sesión de clase, el profesor interviene al ser buscado por los estudiantes, que se encuentran confundidos respecto al tema al que debe apuntar la pregunta. De esta forma, el profesor menciona los distintos temas que se pretende abordar en el curso, para que sea posible centrar el trabajo.

{1} Cindy: Mire profe, decíamos que cuántos posibles decimales habrían dentro de [0,1] sin que se repitan dígitos en un decimal ¿me entiende?

{2} Katherine: Que los tres tengan que estar presentes en la expansión decimal.

{3} Profesor: Pues en principio es una pregunta que podría servirles, pero debe ir apuntada a cuestiones de orden.

{4} Loly: ¿O sea a comparar?

{5} Profesor: [...] por ejemplo, hacia cuestiones de densidad, ¿qué quiere decir densidad? Que entre

dos sin importar cómo sean, yo puedo encontrar otro, o cosas así. Convergencia, hacia donde se acerca,

¿cierto? Eh... cardinalidad, más o menos lo que se están preguntando es decir ¿cuántos hay?, lo que pasa

es que no nos interesa tanto cuántos hay en un número finito sino cuántos hay de manera infinita, o algo

así, ¿sí? [Se retira]

{6} Ángela: Cuando uno habla de orden ¿de qué está hablando?

{7} Loly: Cuál es más grande que.

{8} Ángela: Bueno listo, ¿qué es convergencia? [...] Ni idea. Es decir, lo único que sabemos es ¿qué es orden? Y ¿qué es cardinalidad? […] ¿Entonces vamos a comparar las cantidades, para trabajar algo de orden?

{9} Jonathan: Por eso, pero cuando habla de expansión decimal es infinito.

{10} Katherine: Pero no necesariamente vamos a decir cuánto.

{11} Loly: Eso, porque cuando vamos contando entonces estamos encontrando más chiquitos.

{12} Katherine: Digamos 0,59 ¿el anterior a ese cual sería? No se podría poner 0,58.

{13} Cindy: 0,50.

{14} Loly: ¿0,50? Y por qué no 0,55 y después 0,50 [señalando]

Transcripción 2. Intervención del profesor.

El profesor no considera que la combinatoria de números finitos les permita fácilmente entender asuntos del continuo numérico (ln. 5). De esta manera, los estudiantes plantean formalmente la posible pregunta que apunta hacia la cardinalidad del conjunto teniendo en cuenta la regla ya establecida (ln. 1). Ésta hace referencia al hecho de que los números de la expansión decimal no pueden repetirse.

De acuerdo a esto, el profesor plantea a los estudiantes el hecho de que buscar el número de elementos en un caso finito no contribuye fuertemente al objetivo del curso. Aunque se podría utilizar inicialmente con el fin de trabajar con cuestiones de orden (ln. 3). Además sugiere otros conceptos claves sobre los cuales podrían trabajar (ln. 5): densidad, cardinalidad y orden.

Siguiendo las sugerencias hechas por el profesor, los estudiantes empiezan a cuestionarse acerca de cada uno de dichos conceptos (ln. 6-8). Sin embargo, deciden apuntar su trabajo hacia el orden, dado que es una noción sobre la cual sienten que tienen más dominio (ln. 8). Lo anterior, se evidencia cuando en la misma línea lo expresan como una comparación. No obstante, reaparece el trabajo sobre el infinito como un obstáculo en el desarrollo del proceso (ln. 9-11).

Finalmente, el grupo hace uso de un caso particular para empezar a establecer dicha comparación (ln. 12). De esta forma y sin que los estudiantes sean conscientes de ello, empieza a aparecer la densidad y la comparación como un tema implícito en su trabajo (ln. 12-14). Así, comparan los números 0,59 y 0,50 y encuentran un tercer número entre los dos 0,55.

Con el fin de establecer una relación de orden entre los elementos del conjunto, el grupo de estudiantes valiéndose de ejemplos plantea una conjetura respecto al máximo de éste. Para ello una de las estudiantes acude a las elaboraciones realizadas por compañeros de semestres anteriores vinculados al mismo espacio de formación, las cuales son tomadas del aula virtual del curso. Esta última es denominada por la estudiante como página de continuo (ln. 1).

{1} Loly: Mira, en la página de continuo había un ejemplo que decía: ¿qué número es más grande 0,444444 ó 0,474747 si tienen los mismos dígitos? Entonces ahí decía que después de la coma el cuatro y el cuatro eran iguales, y ¿cuál es el más grande el 7 o el 4? [Señalando en el cuaderno]

{2} Ángela: El 7.

{3} Loly: Entonces, éste era más grande. [Señalando el cuaderno]

{4} Ángela: Entonces nosotros habíamos dicho 0 coma y aquí hay 44 y 47, entonces como 47 es más grande que 44, entonces éste es el más grande […] ¿cuál es el número más grande que se podría formar en la expansión decimal?

{5} Jonathan: Si, ¿cuál es el número más grande entre 0,5 y 0,005?

{6} Ángela: Mire si 0,5 es igual a 0,05 al dividir 0,5 entre 0,05 nos tiene que dar 1. Si no nos da 1, entonces no es igual. [Lo dice con euforia]

{7} Profesor: Bueno ¿qué criterio tienen para definir eso? [Refiriéndose a la relación de orden establecida]

{8} Loly: Lo que yo decía que estaba en la página de continuo era: él miraba después del cero, si estos dos eran iguales, después de la coma éste es más grande que éste, ¿cierto?

{9} Profesor: Entonces, éste es igual a éste [refiriéndose a los primeros dígitos de la posición decimal de los números], entonces no tenemos problema, éste es igual a este, todavía no, pero éste es mayor que éste [refiriéndose a los primeros dígitos de la expansión decimal que difieren]. Entonces, no me importa lo que hay de aquí para allá, porque éste es el más grande, otra manera es restando ¿cómo sería restando? Y ¿que debería dar?

{10} Loly: Positivo.

{11} Profesor: Entonces hay varios criterios para ver eso. Entonces esas preguntas van en relación ¿a qué?

{12} Loly: A ¿cuál era más grande?

{13} Profesor: Cuando ustedes preguntan ¿cuál es el más grande que hay?, entonces ahí hay algo relacionado con el orden. ¿Podría precisar la pregunta? [Pausa muy larga]

{14} Profesor: Y ahí están trabajando el orden de forma natural, entonces la pregunta puede ir encaminada a situaciones relativas al orden, ¿qué situaciones hay relativas al orden?, ¿cuál es el más pequeño?, ¿Cuál es el más grande?, ¿cuál es el ínfimo?, ¿cuál es el supremo?

{15} Loly: ¿Será que el 0,999999 es el último?

{16} Profesor: Por ejemplo ¿cuál es el más grande del conjunto? ahí ya tienen la pregunta.

{17} Cindy: Una pregunta podría ser demuestre que el número mayor de la expansión decimal es 0,99999. [Le dice a Ángela]

{18} Jonathan: Si el grande lo comenzamos de aquí para allá, entonces el pequeño será de allá para acá, tendría uno que devolverse.

{19} Cindy: O sea la pregunta podría ser demuestre que 0,9 periódico es el número mayor de la expansión y encuentra el número menor de la misma expansión.

Transcripción 3. Planteamiento del problema.

Con el propósito de encontrar una estrategia que le permitiera comparar dos números decimales y establecer cual es mayor, Loly se apoya en producciones de un estudiante en un curso anterior. A partir de esto y como se ve en la línea 1, ella identifica una estrategia que consiste en comparar cada una de las cifras decimales de dos números.

Dicha comparación surge en el grupo como una destreza heurística, que lleva a la consideración de casos específicos los cuales inicialmente toman números que no pertenecen al conjunto dado (ln. 1-4). Lo anterior puede deberse al hecho de que se está intentando comprender el procedimiento y darle sentido dentro del proceso de resolución. Es importante resaltar que aunque no se está trabajando sobre el conjunto A, Jonathan logra establecer una posible pregunta a partir de la interacción dada en el grupo (ln. 5).

De este modo, el grupo inicia una exploración sobre el conjunto tomando casos particulares (ln. 5-6), esto con el propósito de darle más solidez a la pregunta planteada. Es posible identificar que los estudiantes proponen la división como otra estrategia que les permite establecer relaciones de orden entre elementos del conjunto (ln. 6).

Por su parte y como se ve en la línea 9 el profesor les sugiere a los estudiantes otro criterio para el establecimiento de la relación de orden entre los elementos del conjunto A. De esta forma el profesor pretende que el grupo note que hay más de un criterio para comparar números. A partir de ello, él ayuda a los estudiantes a reconocer que el orden es la temática sobre la que giran las ideas y procedimientos desarrollados por ellos (ln. 11-14).

Es así como los estudiantes interactúan construyendo de manera grupal la pregunta que guiará su proceso de resolución, allí es posible evidenciar como gracias a los criterios puestos en juego Loly y Cindy logran reconocer que 0,9 periódico es el número mayor de dicho conjunto (ln. 15-17). Lo que permitiría afirmar que el grupo ha ganado comprensión sobre el conjunto dado. A su vez, en la línea 18 es evidente que Jonathan logra establecer una analogía como un procedimiento aplicable al problema de encontrar el elemento más pequeño del conjunto. A partir de esto Cindy plantea el problema recogiendo las ideas planteadas en la interacción social que se llevó a cabo en el grupo (ln. 19).

5. Conclusiones

Es posible afirmar que existen tres aspectos importantes a la hora de identificar cómo las heurísticas ayudan en la definición de la empresa y en la construcción de una ruta en el proceso de resolución de problemas.

En primer lugar, las heurísticas contribuyen a la comunidad de aprendizaje a familiarizarse con la situación posibilitando así dotar de sentido la empresa. Lo anterior hace referencia al hecho de que una situación como la propuesta al vincular aspectos tan diferentes (convergencia, densidad, cardinalidad, ordinalidad, etc.) genera distintas posibilidades de abordaje. De esta forma, la comunidad debe negociar no sólo conceptos sino procedimientos que la llevan a una interpretación compartida de la situación, así como a la identificación de un objetivo común basado en las mismas dudas e inquietudes. En consecuencia, se empieza a definir el objetivo que guiará el trabajo y que permitirá consolidar un quehacer común organizando el trabajo de la comunidad.

Aparece como un segundo aspecto, el descubrimiento de nuevos conceptos, procedimientos y características de la situación, el cual se hace posible a través de la consideración de casos. Es así como a partir de dichos decubrimientos la empresa puede consolidarse o modificarse, dado que ésta puede tomar otro rumbo distinto al que se llevaba en la resolución. Lo anterior como consecuencia de que la consideración de casos permite encontrar patrones y regularidades que lleven a una generalización. Además, el uso de ejemplos de manera sistemática es un escenario para el surgimiento de nuevos conceptos, los cuales pueden o no ser explícitos para la comunidad. Por consiguiente, la particularización como una herramienta heurística ayuda a que el grupo se apropie del objetivo propuesto a partir del reconocimiento tanto de aquello que es útil como de lo que no lo es. De esta manera, la empresa surge de la actividad propia de los estudiantes

Finalmente, las heurísticas permiten la consolidación de la empresa a través del surgimiento de nuevos conceptos que influyen en el establecimiento de una ruta de trabajo. Estos conceptos son el resultado de un proceso de negociación que tiene lugar dentro de la comunidad de aprendizaje, de tal forma que la empresa conjunta no es impuesta. En consecuencia, es posible afirmar que las heurísticas desempeñan un papel fundamental en la delimitación grupal de la empresa y por ende en la organización del trabajo en el proceso de resolución.

6. Bibliografía

Bonilla, M., Romero, J. & Sanjuá, A. (2009). *La Negociación de Significado de la Definición del Concepto de Convergencia: Un Estudio de un Grupo de Estudiantes para Profesor de Matemáticas.* Grupo Mescud, Bogotá, Colombia.

Gavilán, J., García, M. & Llinares, S. (2007). Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas. Implicaciones metodológicas. *Revista Enseñanza de las Ciencias,* 25 (2), 157-170.

Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (1989). *Pensar Matemáticamente*. (M. Martínez, Trad.). Madrid, España: Editorial Labor S.A.

Puig, L. (1996). *Elementos de Resolución de Problemas.* Granada, España: Editorial Comares.

Radford, L. (2006). Elementos de Una Teoría Cultural de la Objetivación. *Relime*, Número especial, 103-129.

Santos, L. M. (2007). *La resolución de Problemas matemáticos, Fundamentos Cognitivo.* México D.F.: Editorial Trillas,.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de Práctica: Aprendizaje, Significado e Identidad.* Paidos.